Dept. de Vibraciones y Aeroelasticidad
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

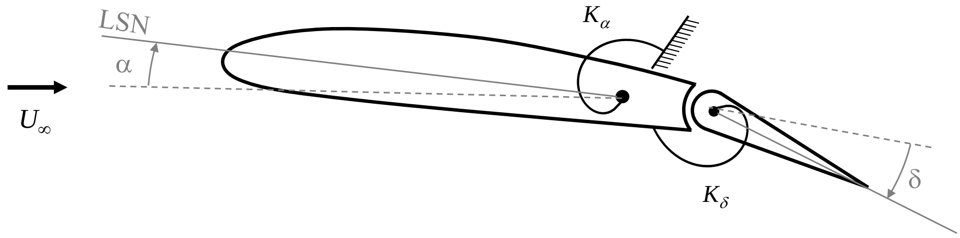
EJERCICIO

Objetivo: Entender el efecto de la flexibilidad en la cadena de mando en la aeroelasticidad estática. Aplicación práctica a una sección 2D típica.

Introducción: N/A

Enunciado: Se considera la sección típica de la figura inferior. La superficie de control se deflecta un ángulo inicial δ_0. Plantear las ecuaciones de deformación elástica que permiten calcular la torsión α y el ángulo de deflexión de la superficie de control δ siguiendo los siguientes pasos:

- Formular la ecuación de equilibrio en torsión del perfil α utilizando las derivadas de estabilidad $C_{L\alpha}$, $C_{L\delta}$ y $C_{MAC\delta}$, todas adimensionalizadas con $q_\infty S$ o $q_\infty Sc$ en caso de momentos. Llámese e a la distancia del eje elástico al centro aerodinámico y K_α la rigidez a torsión y asumir que $C_{MAC} \approx 0$.
- Formular la ecuación de equilibrio de la superficie de control con las derivadas de estabilidad $C_{H\alpha}$ y $C_{H\delta}$, ambas adimensionalizadas con $q_\infty S_H c_H$. Llámese K_δ a la rigidez en momento que proporciona el actuador o la cadena de mando a la superficie de control.
- Con las dos ecuaciones de los apartados anteriores, formular el determinante que proporciona la presión dinámica de divergencia. Demostrar que existen dos y razonar cuál de las dos soluciones se debe considerar como divergencia.



SOLUCIÓN

APARTADO 1

Ecuación de equilibrio del perfil en torsión:

$$q_\infty Se\left(C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta}\delta\right) + q_\infty ScC_{MAC\delta}\delta - K_\alpha\alpha = 0$$

donde ya se ha considerado que el momento aerodinámico C_{MAC} es nulo.

APARTADO 2

Ecuación de momento de charnela:

$$q_\infty S_H c_H\left(C_{H\alpha}\alpha + C_{H\delta}\delta\right) - K_\delta\left(\delta - \delta_0\right) = 0$$

donde δ_0 es la deflexión de la superficie de control asumiendo cadena de mando «rígida», medido respecto a la línea de momento aerodinámico (de superficie de control) nulo. El momento aerodinámico $q_\infty S_H c_H\left(C_{H\alpha}\alpha + C_{H\delta}\delta\right)$ se considera positivo si tiende a rotar la superficie de control hacia abajo. Por otro lado, si la rotación de la superficie de control δ (incluyendo flexibilidad en la cadena de mando) es mayor que la deflexión δ_0 (cadena de mando «rígida»), la elasticidad ejerce un momento que tiende a rotar hacia arriba la superficie de control. Esto último explica el signo negativo en el término $-K_\delta\left(\delta - \delta_0\right)$.

APARTADO 3

Las dos ecuaciones anteriores escritas en formato matricial quedan:

$$\begin{bmatrix} q_\infty SeC_{L\alpha} - K_\alpha & q_\infty Se\left(C_{L\delta} + \dfrac{c}{e}C_{MAC\delta}\right) \\ q_\infty S_H c_H C_{H\alpha} & q_\infty S_H c_H C_{H\delta} - K_\delta \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha \\ \delta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -K_\delta\delta_0 \end{Bmatrix}$$

y, utilizando la regla de Cramer, se puede obtener la torsión elástica:

$$\alpha = \frac{\begin{vmatrix} 0 & q_\infty Se\left(C_{L\delta} + \dfrac{c}{e}C_{MAC\delta}\right) \\ -K_\delta\delta_0 & q_\infty S_H c_H C_{H\delta} - K_\delta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} q_\infty SeC_{L\alpha} - K_\alpha & q_\infty Se\left(C_{L\delta} + \dfrac{c}{e}C_{MAC\delta}\right) \\ q_\infty S_H c_H C_{H\alpha} & q_\infty S_H c_H C_{H\delta} - K_\delta \end{vmatrix}}$$

La presión dinámica de divergencia q_D es la que anula el denominador de la expresión anterior, es decir, aquella que hace que el determinante sea nulo, i.e.:

$$\begin{vmatrix} q_D SeC_{L\alpha} - K_\alpha & q_D Se\left(C_{L\delta} + \dfrac{c}{e}C_{MAC\delta}\right) \\ q_D S_H c_H C_{H\alpha} & q_D S_H c_H C_{H\delta} - K_\delta \end{vmatrix} = 0$$

lo que genera una ecuación de segundo grado con dos posibles soluciones para q_D. De las dos soluciones, el valor menor positivo es el que tiene significado físico.